

# TRANSFERT THERMIQUE

## I) Préambule :

Compréhension et description des **flux** de chaleurs et des **champs** de température.

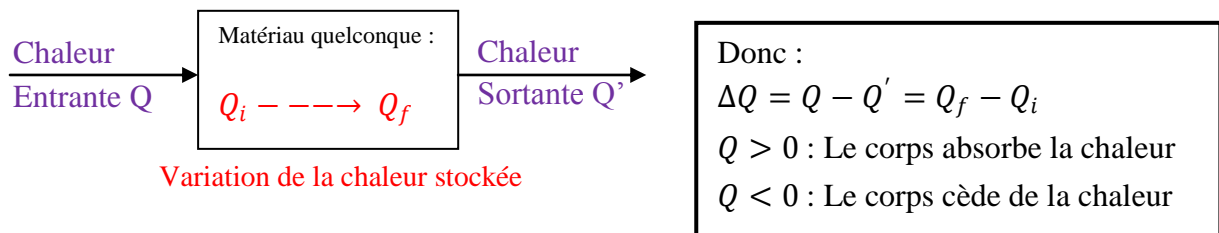
Déplacement ←

Valeur en x ; y ; z

Valeur :  $T = f(t)$

### 1) Fondements :

#### a) 1° Principe de la thermique : conservation de l'énergie



### Remarques :

- La chaleur stockée se traduit par un niveau moyen de température :

Pour  $Q_i \rightarrow T_i$  et pour  $Q_f \rightarrow T_f$  (en K).

L'énergie (chaleur) est caractérisée par la cinétique des atomes et molécules au sein du matériau.

- La variation d'énergie stockée s'écrit :

$$\Delta Q = m \cdot c_p \cdot (T_f - T_i) \text{ Et généralement } dQ = m \cdot c_p \cdot dT \text{ ou } \Delta H = \frac{\Delta Q}{m} \text{ (J.kg}^{-1}\text{)}$$

- S'il y a changement de phase :

Changement d'état : change l'état du matériau (liquide, solide, gaz).

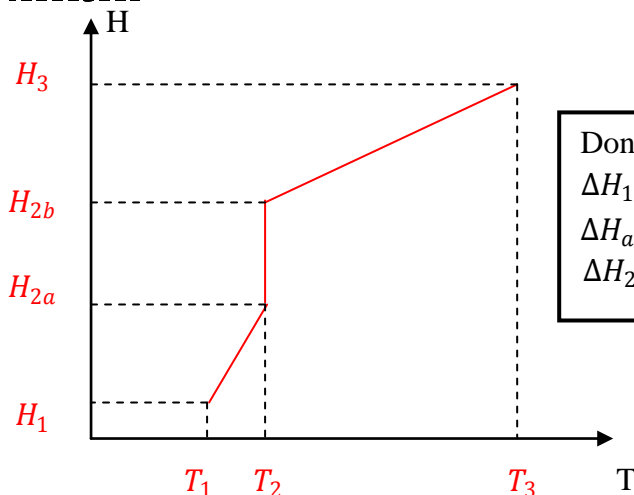
Changement de phase : change la morphologie du matériau sans forcément changer son état.

Et  $\Delta Q = m \cdot L$  ou  $\Delta H = L$  avec L : chaleur latente de transformation

- Si  $\Delta Q = 0 \Rightarrow Q' = Q$  et  $Q_f = Q_i$  :

Donc il n'y a pas de variation de la chaleur stockée. Ce qui implique la notion du **régime permanent** (= indépendant du temps)

### Exemple :



Donc :

$$\Delta H_{12} = H_{2a} - H_1 = c_{pa} (T_2 - T_1) \Rightarrow \text{échauffement du système}$$

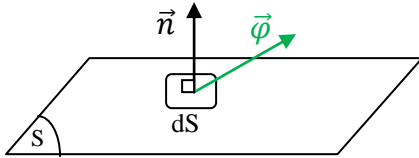
$$\Delta H_{ab} = H_{2b} - H_{2a} \Rightarrow \text{changement d'état d'un corps pur}$$

$$\Delta H_{23} = H_3 - H_{2b} = c_{pb} (T_3 - T_2)$$

## b) 2° Principe de la thermique :

Si deux points dans l'espace sont à des températures différentes il y aura systématiquement transfert de chaleur du point le plus chaud vers le point le plus froid.

Le paramètre qui caractérise le transfert est la densité du flux :  $\vec{\varphi}$  ( $W \cdot m^{-2}$ ) qui traverse une surface  $dS$  :



Si l'on tient compte de la surface :  $d\phi = \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot dS$

$$\phi = \int_0^S d\phi = \int_0^S \vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

**Remarque :** Retour sur le 1° principe :

La relation entre chaleur et flux est la suivante :  $\phi = \frac{dQ}{dt} = m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt}$

$$\text{Donc : } \left. \begin{aligned} \Delta\phi &= \phi - \phi' \\ &= \phi_f - \phi_i \end{aligned} \right\} \Delta\phi = 0 \Rightarrow \text{régime permanent}$$

## 2) Notion de sources internes :

Elle correspond à toute apport énergétique lié à un phénomène interne au matériau. Elle est définie par une puissance (p) qu'elle produit **par unité de volume :**

- Réaction chimique (Uranium)
- Effet Joule

## 3) Différent modes de transfert thermique :

- **Conduction** : transfert **avec** support matériel et **sans** transfert de matière :
  - Existence dans les solides, liquides, et gaz (pas dans le vide)
  - Phénomène de transfert d'énergie cinétique des constituants de la matière.
- **Convection** : transfert **avec** support matériel et **avec** transfert de matière :
  - Existence des les liquides et les gaz (pas dans le vide ni dans les solides)
  - Phénomène de mouvement de molécules :
    - ➔ Naturel (Ex : ballon de montgolfière)
    - ➔ Forcée (Ex : sèche cheveux)
- **Rayonnement** : transfert **sans** support matériel et **sans** transfert de matière :
  - Existence dans tout les cas (même dans le vide)
  - Phénomène de déplacement d'onde électromagnétique.

## II) Etude de la conduction :

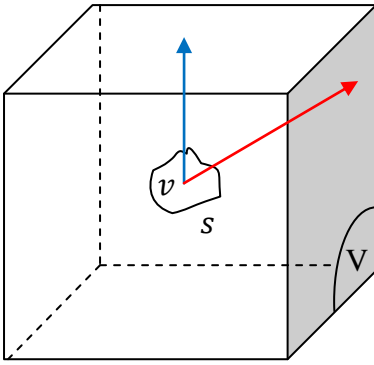
### 1) Loi de Fourier :

En tout point d'un **milieu isotrope** (= indépendant de l'espace  $\Rightarrow$  pareil en tout point du milieu), la densité de flux thermique instantanée est proportionnelle à la conductivité thermique (k) du milieu et au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{grad}}(T) \left| \begin{array}{l} \frac{dT}{dx} \\ \frac{dT}{dy} \\ \frac{dT}{dz} \end{array} \right.$$

Si une seule dimension de propagation :  $\varphi_x = -k \cdot \frac{dT}{dx}$  ;  $k = cste$  car le milieu est isotrope.

## 2) Equation générale de la conduction :



On applique le 1° principe de la thermo à un volume  $v$ , de surface  $s$  contenu dans  $V$  :

- Flux entrant et sortant :  $\int_0^s -\vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot ds$
- Source interne :  $\int_0^V p \cdot dv$  avec  $p$  : puissance de la source
- Variation du flux stocké :  $\int_0^m dm \times C_p \times \frac{dT}{dt}$

$$\Leftrightarrow \int_0^V \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt} \times dv \quad \text{car } dm = \rho \cdot dv$$

Donc :

$$\int_0^s -\vec{\varphi} \cdot \vec{n} \cdot ds + \int_0^V p \cdot dv = \int_0^V \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt} \times dv$$

$$\Leftrightarrow -\int_0^V \text{div}(\vec{\varphi}) \cdot dv + \int_0^V p \cdot dv = \int_0^V \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt} \times dv \quad \text{Avec } \text{div}(\vec{\varphi}) = \frac{d\varphi_x}{dx} + \frac{d\varphi_y}{dy} + \frac{d\varphi_z}{dz}$$

Par suite :  $-\text{div}(\vec{\varphi}) + p = \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt}$  en tout point du volume  $V$

On suppose que  $k, \rho$  et  $C_p$  ne dépendent pas de la température. On applique la loi de Fourier :

$$\vec{\varphi} = -k \cdot \overrightarrow{\text{grad}(T)} \quad \text{Donc :}$$

$$-\text{div}(-k \cdot \overrightarrow{\text{grad}(T)}) + p = \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt}$$

$$\Leftrightarrow k \cdot \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}(T)}) + p = \rho \cdot C_p \times \frac{dT}{dt}$$

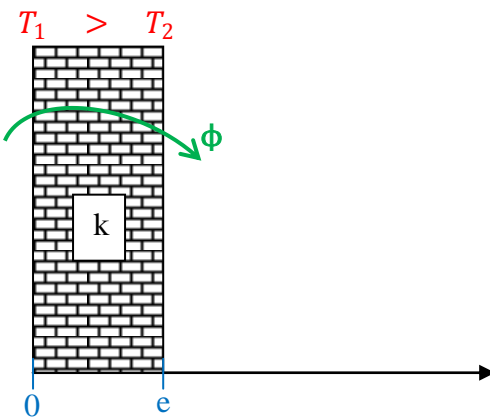
$$\text{Et } \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}(T)}) = \Delta T : \text{Laplacien} = \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta T + \frac{p}{k} = \frac{\rho \times C_p}{k} \times \frac{dT}{dt} \quad \text{Et } \frac{1}{a} = \frac{\rho \times C_p}{k} : \text{diffusivité thermique}$$

Finalemnt :  $\Delta T + \frac{p}{k} = \frac{1}{a} \times \frac{dT}{dt}$  → Equation générale de la conduction

## 3) Etude de cas pratiques simples en régime permanent :

### a) Géométrie type mur :



- Régime permanent et pas de source interne :

$$\Delta T = 0 : \text{Laplacien de } T$$

- Flux selon  $x$  seulement :  $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$

- Condition aux limites :

$$T = T_1 \text{ en } x = 0$$

$$T = T_2 \text{ en } x = e$$

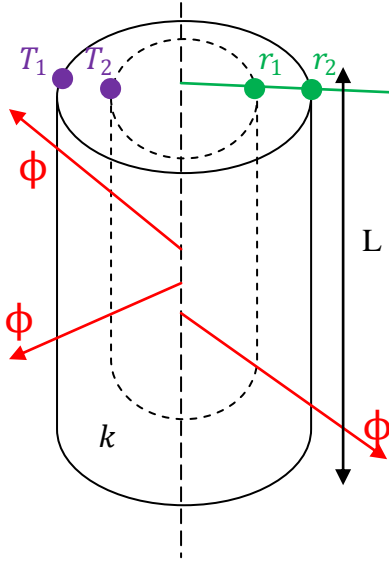
Résolution :

- Evolution de  $T = f(x) : T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{e} \cdot x$

- Expression du  $\phi = \varphi \cdot S = -k \cdot S \times \frac{dT}{dx}$  (Fourier)  $\Leftrightarrow \phi = -k \cdot \frac{S}{e} (T_2 - T_1)$

- Notion de résistance thermique : si  $T_1 - T_2 = R \cdot \phi$  avec  $R = \frac{e}{k \cdot S}$  : résistance thermique

b) Cylindre creux :

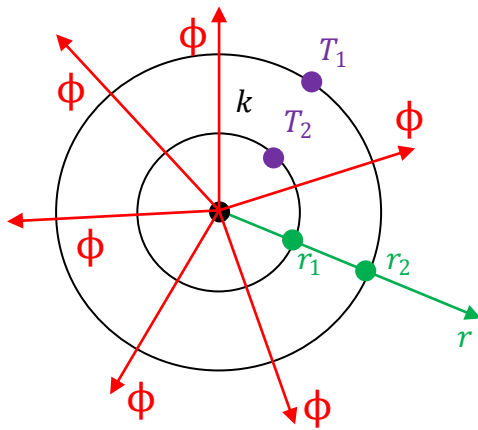


Flux radial selon le rayon ( $r$ ) :

$$T_1 > T_2$$

- Coordonnées cylindriques ( $r; \theta; z$ )
- Evolution de  $T = f(r) : T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \times \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)$
- Expression du flux :  $\phi = \frac{2\pi \cdot L \cdot k}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \times (T_1 - T_2)$
- Résistance thermique :  $R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot L \cdot k}$

c) Sphère creuse :



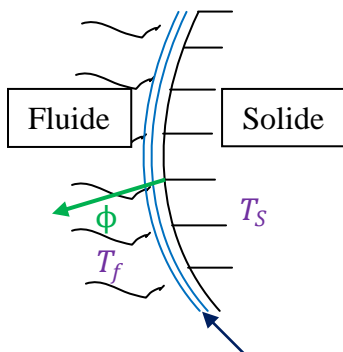
Flux radial selon le rayon ( $r$ ) :

$$T_1 > T_2$$

- Coordonnées sphériques ( $r; \theta; \varphi$ )
- Evolution de  $T = f(r) : T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$
- Expression du flux :  $\phi = \frac{4\pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot k}{r_1 - r_2} \times (T_1 - T_2)$
- Résistance thermique :  $R = \frac{r_1 - r_2}{4\pi \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot k}$

III) Etude de la convection :

1) Le coefficient d'échange thermique par convection (h) :



Zone de mouvement des molécules et donc transfert thermique.

→ Supposons  $T_f < T_s$  :

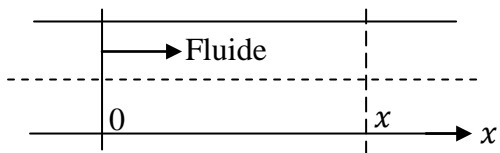
$$\phi = h \cdot S \cdot (T_s - T_f)$$

Avec S : surface de contact fluide / solide

→ Résistance thermique de convection :  $R_c = \frac{1}{h \cdot S}$

2) Détermination de  $h$  en convection forcée sans changement d'état :

a) Fluide à l'intérieur d'une conduite cylindrique :



L'expérience montre que  $h$  n'est pas influencé par  $(T_s - T_f)$  mais dépend de 7 grandeurs :

- $v_m$  : **vitesse moyenne** du fluide
- $\rho$  : **masse volumique** du fluide
- $k$  : **conductivité thermique** du fluide
- $\eta$  : **viscosité** du fluide
- $D$  : **diamètre** de la conduite
- $x$  : **distance** entre l'entrée du fluide et la section considérée

Grace à une analyse dimensionnelle, on a trouvé une expression reliant plusieurs nombre sans dimension entre eux :

$$\frac{h \cdot D}{k} = A \cdot \left( \frac{\rho \cdot v_m \cdot D}{\eta} \right)^a \times \left( \frac{\eta \cdot C_p}{k} \right)^b \times \left( \frac{x}{D} \right)^c$$

Nombre de Nusselt :  $Nu$ 
Nombre de Reynolds :  $Re$ 
Nombre de Prandtl :  $Pr$ 
Abscisse réduite

$$\Rightarrow Nu = f \left( Re; Pr; \frac{x}{D} \right)$$

De plus, il existe 2 régimes d'écoulement : Turbulent et Laminaire.

<b><u>Turbulent :</u></b>	les molécules ne se déplacent que selon l'axe $x \rightarrow$ axe d'écoulement	
<b><u>Laminaire :</u></b>	Les molécules se déplacent dans toutes les directions	

- Cas d'un écoulement Laminaire :

$$\rightarrow Nu = 3,66 ; \text{ Si } B = \frac{x}{D} \times \frac{1}{(Re \cdot Pr)} > 0,05$$

Donc ( $a = b = c = 0$ ) et  $A = 3,66$

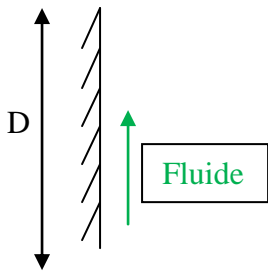
$$\rightarrow Nu = 1,06 \times B^{-0,4} ; \text{ Si } B \leq 0,05$$

- Régime turbulent :

$$\rightarrow Nu = 0,023 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33} \text{ (Formule de Colburn)} ; \text{ Si } \frac{x}{D} > 60$$

$$\rightarrow Nu = Nu \text{ (Colburn)} \times \left( 1 + \left( \frac{D}{x} \right)^{0,7} \right) ; \text{ Si } \frac{x}{D} \leq 60$$

b) Fluide le long d'un mur :



- **Laminaire :**  

$$Nu = \frac{2}{3} \times Re^{0,5} \times Pr^{0,33}$$
 Avec D = dimension caractéristique  $\equiv$  diamètre de la conduite dans a)

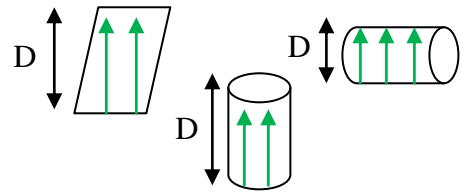
- **Turbulent :**  

$$Nu = \frac{0,036 \times Re^{0,8} \times Pr}{1 + 0,83 \times (Pr^{0,5} - 1)}$$

3) Détermination de h en convection libre sans changement d'état :

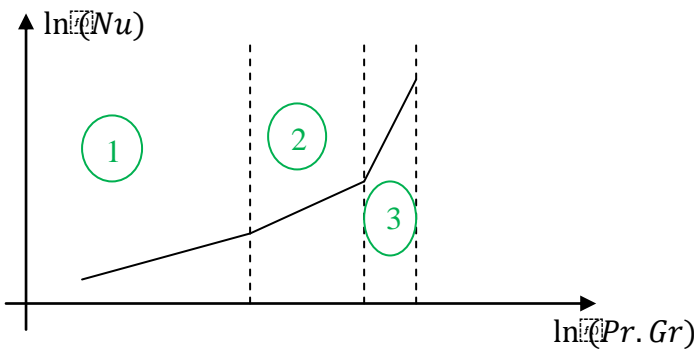
La détermination de h se fait toujours à partir de nombre sans dimension :

- Nombre de **Nusselt** :  $Nu = \frac{h \cdot D}{k}$
- Nombre de **Prandtl** :  $Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{k}$
- Nombre de **Grashof** :  $Gr = \frac{\alpha \cdot g \cdot (T_s - T_f) \cdot \rho^2 \cdot D^3}{\eta^2}$



Avec  $\alpha$  : **coefficient de dilatation** du fluide ;  $\alpha = \frac{1}{T}$  avec **T** : **température moyenne**

On montre que  $Nu = a \cdot (Pr \cdot Gr)^m$  :



Zone	$Pr \cdot Gr$	$a$	$m$
1	$10^{-3}$ à $5 \cdot 10^2$	1,18	$\frac{1}{8}$
2	$5 \cdot 10^2$ à $2 \cdot 10^7$	0,54	$\frac{1}{4}$
3	$2 \cdot 10^7$ à $10^{14}$	0,135	$\frac{1}{3}$

→ Régime turbulent

IV) Echange thermique par rayonnement :

1) Généralité :

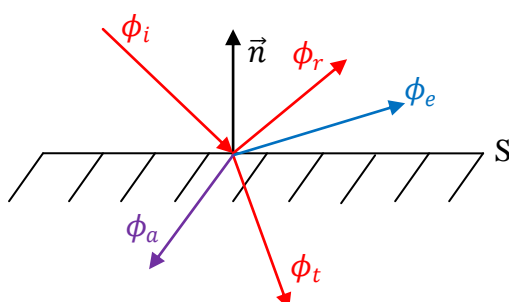
Tous les corps émettent un **rayonnement de nature électromagnétique**. Il est **polychromatique** ( $0,3 \mu m < \lambda < 100 \mu m$ ). La **longueur d'onde** du maximum d'émission et l'**intensité** dépend de la **température**.

On distingue 2 cas :

- Les **corps opaques** : émission de la surface seule
- Les **corps partiellement transparent** : émission du volume

Pour une certaine longueur d'onde

Bilan des flux sur une surface (S) :



$\phi_i$  = Flux incident

$\phi_r$  = Flux réfléchi

- ↙ Réflexion spéculaire (miroir)
- ↘ Réflexion diffuse (toutes les directions)

$\phi_t$  = Flux transmis

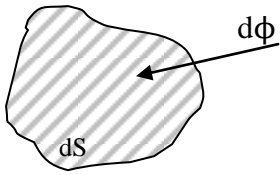
$\phi_a$  = Flux absorbé

$\phi_e$  = Flux émis

**Conservation de l'énergie :**  $\phi_i = \phi_r + \phi_t + \phi_a$  et  $\phi_a = \phi_e$  (avec possibilité d'une différence de longueur d'onde)

2) Réception sur un corps opaque :

a) L'éclairement (E) :



$$E = \frac{d\phi}{dS} \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$$

b) Le facteur d'absorption :

$$\alpha(\vec{n}; \lambda) = \frac{\phi_a}{\phi_i} \Rightarrow 0 < \text{valeurs} < 1$$

**Attention :** On appelle « corps noir » un matériau avec  $\alpha(\vec{n}; \lambda) = 1$

c) Le facteur de réflexion :

$$\rho(\vec{n}; \lambda) = \frac{\phi_r}{\phi_i} \Rightarrow 0 < \text{valeurs} < 1$$

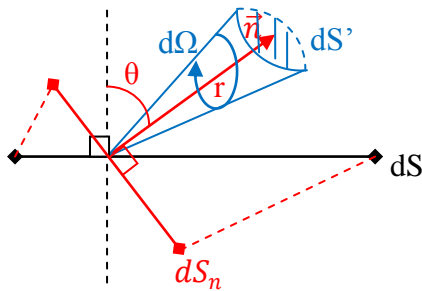
**Attention :** On appelle « corps noir » un matériau avec  $\rho(\vec{n}; \lambda) = 0$

De façon générale, pour un corps réel (« non-noir ») :  $\alpha(\vec{n}; \lambda) + \rho(\vec{n}; \lambda) = 1$

3) Emission d'un corps opaque :

a) La luminance  $L(\vec{n}; \lambda)$  :

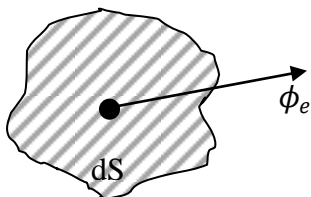
Elle correspond au flux rayonné dans une direction  $\vec{n}$  par unité d'angle solide ( $d\Omega$ ) et par unité de surface  $\perp$  à  $\vec{n}$ ,  $dS_n$  et par unité de longueur d'onde :



$$d\Omega = \frac{dS'}{r^2} \text{ (Pour un espace complet } \Omega = 4\pi \text{ stéradian)}$$

$$L(\vec{n}; \lambda) = \frac{d^2\phi_e(\vec{n}; \lambda)}{dS_n \times d\Omega} \Leftrightarrow L(\vec{n}; \lambda) = \frac{d^2\phi_e(\vec{n}; \lambda)}{dS \times \cos^3(\theta) \times d\Omega} \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{St}^{-1}\text{)}$$

b) L'émittance (M) :



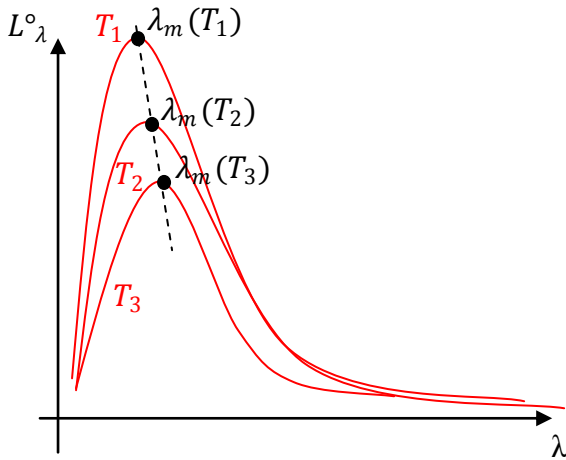
$$M = \frac{d\phi_e}{dS} \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$$

**Attention :** Si L est indépendante de la direction, on montre que :  
 $M(\lambda) = \pi \cdot L(\lambda) \Rightarrow$  Loi de Lambert

c) Rayonnement d'un corps noir :

On définit la Luminance monochromatique d'un corps noir :  $L^\circ_\lambda$

On montre par la loi de Planck que :  $L^\circ_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5 \left( e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$  Avec  $\begin{cases} C_1 = 1,19 \cdot 10^{-16} \text{ S.I} \\ C_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ S.I} \\ T = \text{température en K} \end{cases}$



Conséquences :

- $T_1 > T_2 > T_3$
- $L^\circ_\lambda$  augmente si T augmente
- $\lambda_m(T)$  augmente si T diminue

Loi de Wien :  $\lambda_m \times T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$

Pour connaître la totalité du flux émis, il faut effectuer une intégration sur tout le domaine de  $\lambda$  :

$$M^\circ = \frac{d\phi^\circ}{dS} = \int_0^\infty M^\circ \cdot d\lambda = \int_0^\infty \pi \cdot L^\circ_\lambda \cdot d\lambda$$

C'est pourquoi **lorsque l'on chauffe un corps, celui-ci émet dans le visible**, car à la base le rayonnement incident émet dans de très grande longueur d'onde (IR)

Donc :  $M^\circ = \sigma \cdot T^4 \Rightarrow$  Loi de Stefan

Avec  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \Rightarrow$  **Constante de Stefan**

d) Rayonnement d'un corps noir opaque :

De façon générale, on montre que  $M(\lambda) = \alpha(\lambda) \times M^\circ(\lambda)$  avec  $M(\lambda)$  : émittance d'un corps non-noir.

On préfère plutôt remplacer  $\alpha(\lambda)$  par  $\varepsilon(\lambda)$  car le **corps émet un rayonnement**, avec  $\alpha(\lambda) = \varepsilon(\lambda)$

Et  $\varepsilon(\lambda)$  : émissivité.

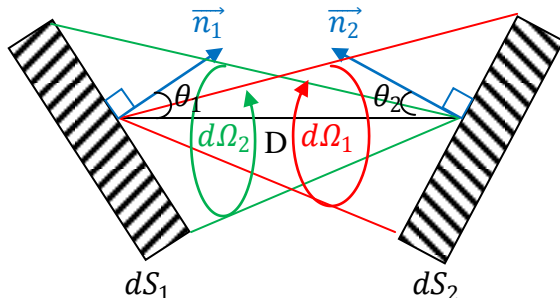
loi de Kirchoff

On définit également  $\varepsilon$  pour l'ensemble du domaine de longueur d'onde :

- Pour un  $\lambda$  donné :  $\varepsilon(\lambda)$
- Pour tout les  $\lambda$  :  $\varepsilon$
- Si  $\varepsilon(\lambda) = \text{cste} \neq 1$ , alors le **corps est dit « gris »** d'après  $M(\lambda) = \varepsilon(\lambda) \cdot M^\circ(\lambda)$

4) Echange de rayonnement entre 2 corps noirs :

a) La relation de Lambert :



$$\begin{aligned} d^2\phi_{12} &= L^\circ_1 \times \cos(\theta_1) \times dS_1 \times d\Omega_1 \\ &= \frac{M^\circ_1}{\pi} \times \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{D^2} \\ d^2\phi_{21} &= L^\circ_2 \times \cos(\theta_2) \times dS_2 \times d\Omega_2 \\ &= \frac{M^\circ_2}{\pi} \times \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{D^2} \end{aligned}$$

→ Relations de Lambert



b) Facteur de forme F :

L'intégration sur  $S_1$  et sur  $S_2$  des relations de Lambert permet de connaître les flux  $\phi_{12}$  et  $\phi_{21}$ .

Soit :

$$\begin{aligned} \rightarrow \phi_{12} &= M^{\circ}_1 \times \int_0^{S_1} \int_0^{S_2} \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{\pi \cdot D^2} \\ \rightarrow \phi_{21} &= M^{\circ}_2 \times \int_0^{S_1} \int_0^{S_2} \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{\pi \cdot D^2} \end{aligned}$$

On pose :

$$\begin{aligned} \rightarrow F_{12} &= \frac{1}{S_1} \times \int_0^{S_1} \int_0^{S_2} \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{\pi \cdot D^2} \\ \rightarrow F_{21} &= \frac{1}{S_2} \times \int_0^{S_1} \int_0^{S_2} \frac{\cos(\theta_1) \times \cos(\theta_2) \times dS_1 \times dS_2}{\pi \cdot D^2} \end{aligned}$$

$F_{12}$  et  $F_{21}$  sont des facteurs de forme, pris selon le point de vue.

Donc :  $\begin{cases} \phi_{12} = M^{\circ}_1 \times S_1 \times F_{12} \\ \phi_{21} = M^{\circ}_2 \times S_2 \times F_{21} \end{cases}$  avec  $F_{12} \times S_1 = F_{21} \times S_2 \Rightarrow$  Relation de réciprocité

c) Flux échangé entre  $S_1$  et  $S_2$  :

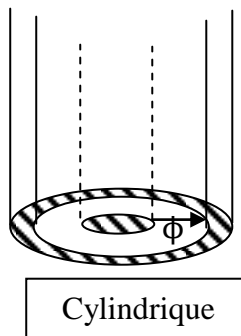
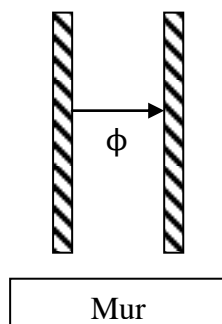
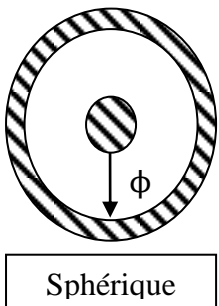
$$\begin{aligned} \phi_{tot} = \phi_{12} - \phi_{21} &= M^{\circ}_1 \times S_1 \times F_{12} - M^{\circ}_2 \times S_2 \times F_{21} \\ &= S_1 \times F_{12} \times (M^{\circ}_1 - M^{\circ}_2) \\ \text{Loi de Stefan} \left[ \begin{aligned} &= S_2 \times F_{21} \times (M^{\circ}_1 - M^{\circ}_2) \\ &= S_1 \times F_{12} \times \sigma \times (T_1^4 - T_2^4) \\ &= S_2 \times F_{21} \times \sigma \times (T_1^4 - T_2^4) \end{aligned} \right. & \text{Loi de réciprocité} \end{aligned}$$

d) Evaluation des facteurs de formes :

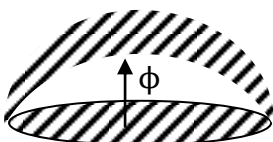
$\rightarrow$  Ce sont des intégrales de surfaces :

- Surfaces simples = calcul analytique.
- Surfaces complexes = calcul numérique.

$\rightarrow$  Quelques exemples :



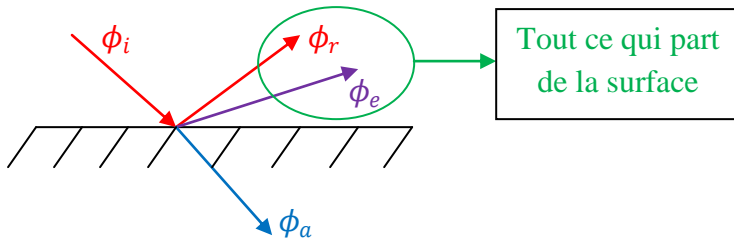
$$\rightarrow F_{12} = F_{21} = 1$$



$$\rightarrow F_{12} = 1 ; F_{21} = \frac{S_1}{S_2}$$

## 5) Echange de rayonnement entre corps réels opaques :

Pour **calculer le flux total** qui part de chaque surface, on introduit une nouvelle grandeur, **la radiosité : J**  
(Car il y a 2 flux qui transitent :  $\phi_e$  et  $\phi_r$ )

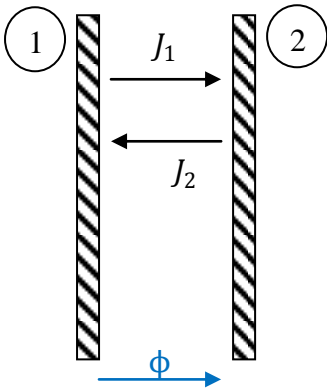


$$J = \frac{\phi_e + \phi_r}{S} \quad (\equiv \text{Densité de flux})$$

On montre que :

$$J = \varepsilon \times M^o + (1 - \varepsilon) \times E$$

### - Exemple de 2 surfaces parallèles :



$$\phi = S \times (J_1 - J_2) = \frac{S \times (M_1^o - M_2^o)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

On introduit un nouveau facteur de forme  $\mathcal{F} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$

Donc :  $\phi = S \times \mathcal{F} \times (M_1^o - M_2^o)$

$$\Leftrightarrow \phi = S \times \mathcal{F} \times \sigma \times (T_1^4 - T_2^4)$$

## V) Mesures de températures :

- Critères de choix du capteur :

- ➔ **Domaines** de température désirée.
- ➔ **Intervalle exploitable** autour de la température moyenne.

- Ces critères dépendent de :

- ➔ **Sensibilité** ( $K^{-1}$ ) : évolution d'une propriété en fonction de T
- ➔ **Fidélité**  $\equiv$  reproductibilité même si valeur fautive, mais la même en fonction du temps
- ➔ Le **temps** de réponse (s)
- ➔ L'**exactitude** de la mesure (K)

### 1) Thermomètres à dilatation :

- De **gaz** (Thermo-manomètre) : variation de volume ou de pression d'une masse de gaz :

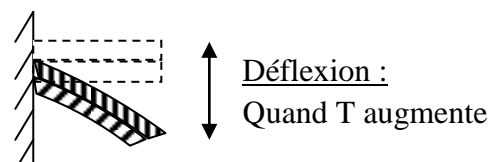
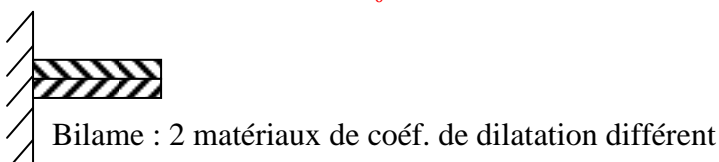
➔ **Sensibilité** :  $\frac{1}{p_0} \times \frac{dp}{dt} \approx 3,7 \cdot 10^{-3} K^{-1}$  avec  $P_0$  : pression du gaz au repos

- De **liquide à enveloppe de verre ou métallique** : variation de volume d'un liquide (Mais attention on mesure la **différence de dilatation** entre le liquide et l'enveloppe) :

➔ **Sensibilité** :  $\frac{1}{V_0} \times \frac{dV}{dt} \approx 0,2 \text{ à } 10^{-3} K^{-1}$

- De **solide à tige** (ou **bilame**) : variation de longueur d'un matériau :

➔ **Sensibilité** :  $\frac{1}{L_0} \times \frac{dL}{dt} \approx 1,5 \cdot 10^{-5} K^{-1}$  (tige)  $\approx 0,15 \cdot 10^{-3} K^{-1}$  (bilame)



## 2) Thermomètre à résistance :

- **Métalliques** (Pt ; Ni ; Cu) : Variation de la résistance électrique d'un conducteur :

$$\rightarrow \text{Sensibilité} : \frac{1}{R_0} \times \frac{dR}{dT} \begin{cases} Pt : 3,9 \cdot 10^{-3} K^{-1} \\ Ni : 6,6 \cdot 10^{-3} K^{-1} \\ Cu : 3,9 \cdot 10^{-3} K^{-1} \end{cases} \rightarrow \text{Pas d'oxydation} = f(t)$$

- **Germanium** ou **Carbone** : Variation de résistance électrique d'un matériau conducteur non-métallique :

$$\rightarrow \text{Sensibilité} : \frac{1}{R_0} \times \frac{dR}{dT} = -\frac{n}{T} \text{ avec } 1 < n < 3 \text{ selon le matériau}$$

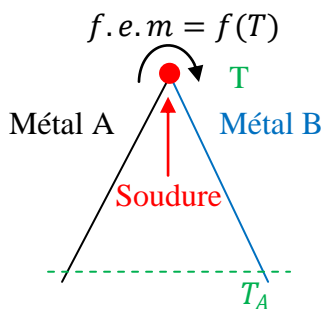
- **Oxydes** (thermistances) : Variation de la résistance électrique d'un matériau semi-conducteur :

$$\rightarrow \text{Sensibilité} : \frac{1}{R_0} \times \frac{dR}{dT} = -\frac{b}{T^2} \text{ avec } 1000 < b < 4000 \text{ selon le matériau}$$

## 3) Les couples thermoélectriques :

### a) Principe : effet Seebeck :

De l'énergie électrique est engendrée dans un circuit par **thermoélectricité** lorsqu'il est formé d'**au moins 2 conducteurs de nature différentes** et à des **températures différentes** :

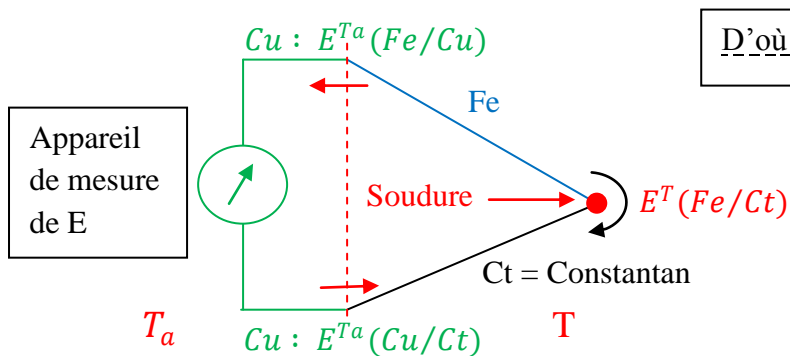


$f.e.m = \text{force électromotrice } (\mu V)$   
 Par **convention**, le couple thermoélectrique, est noté A/B dans le **sens positif de la f.e.m.**  
 La f.e.m est notée  $E(A/B)$  avec  $E(A/B) = -E(B/A)$

### Remarques :

- La relation entre **E** et **T** n'est pas linéaire et très différent selon le couple.
- $\forall$  les **couples thermoélectrique**, par convention,  $E(A/B)$  à  $T = 0^\circ C$  soit **nulle**.

### b) Exemple de montage réel :



D'où :  $E = E^T(Fe/Ct) - E^{T_a}(Fe/Cu) - E^{T_a}(Cu/Ct)$

E ne correspond donc pas à la température réelle du **niveau du couple Fe/Ct** :

→ Il faut impérativement le **corriger**, par un boîtier électrique de compensation : génère un **f.c.e.m** égale à  $E^{T_a}(Fe/Cu) + E^{T_a}(Cu/Ct)$

→ Il faut indiquer le **thermocouple utilisé** :  
 On plonge les thermocouples dans la glace fondante :  $E^\circ(Fe/Cu) = E^\circ(Cu/Ct) = 0$

#### 4) Les pyromètres optiques :

Un pyromètre mesure la luminance (ou flux lumineux). On en déduit la température en utilisant les lois du rayonnement thermique :

- ➔ Plusieurs façons d'obtenir la température d'une source.
- ➔ Plusieurs façons de définir la température d'une source.

##### a) Définitions des températures d'une source :

###### - Température de **luminance** : $T_\lambda$

Température du corps noir possédant, pour une longueur d'onde  $\lambda$ , la même luminance ( $L_\lambda$ ) que la source :

$$L_\lambda(T) = L^\circ_\lambda(T_\lambda) \Leftrightarrow \varepsilon_\lambda \times L^\circ_\lambda(T) = L^\circ_\lambda(T_\lambda)$$

Loi de Wien  $\equiv$  Loi de Planck simplifiée :

$$\text{Donc : } \varepsilon_\lambda \times C_1 \times \lambda^{-5} \times e^{\left(\frac{-C_1}{\lambda T}\right)} = C_2 \times \lambda^{-5} \times e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T_\lambda}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T} = \frac{-\lambda}{C_2} \times \ln(\varepsilon_\lambda)$$

- Si source = **corps noir** :  $\varepsilon_\lambda = 1$  et  $T = T_\lambda$
- Si **corps réel** : On a toujours  $T_\lambda < T$

###### - Température de **radiance** : $T_r$

On mesure la luminance sur tout le domaine spectrale :

$$L(T) = L^\circ(T_r) \Leftrightarrow \varepsilon \times L^\circ(T) = L^\circ(T_r)$$

Loi de Stefan + Loi de Lambert :  $\varepsilon \times \frac{\pi}{\sigma} \times T^4 = \frac{\pi}{\sigma} \times T_r^4$

$$\text{Donc : } T_r = \varepsilon^{\left(\frac{1}{4}\right)} \times T$$

- Si **corps noir** :  $\varepsilon = 1$  et  $T = T_r$
- Si **corps réel** :  $T_r < T$

###### - Température de **couleur** : $T_c$

On compare la répartition spectrale de la source à celle d'un corps noir, on mesure à 2 longueurs d'ondes différentes, le rapport des 2 luminances :

$$\frac{L_{\lambda_2}(T)}{L_{\lambda_1}(T)} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1} \times L^\circ_{\lambda_1}(T)}{\varepsilon_{\lambda_2} \times L^\circ_{\lambda_2}(T)} = \frac{L_{\lambda_2}(T_c)}{L_{\lambda_1}(T_c)}$$

$$\text{Donc : } \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} = \frac{1}{C_2 \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)} \times \ln\left(\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}}\right)$$

En générale, on pose  $k = \frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}}$

- Si **corps noir** :  $\varepsilon_{\lambda_1} = \varepsilon_{\lambda_2} = 1$  donc  $T_c = T$
- Si **corps réel** :  $T_c > ou < T$ , selon le rapport  $\frac{\varepsilon_{\lambda_2}}{\varepsilon_{\lambda_1}}$

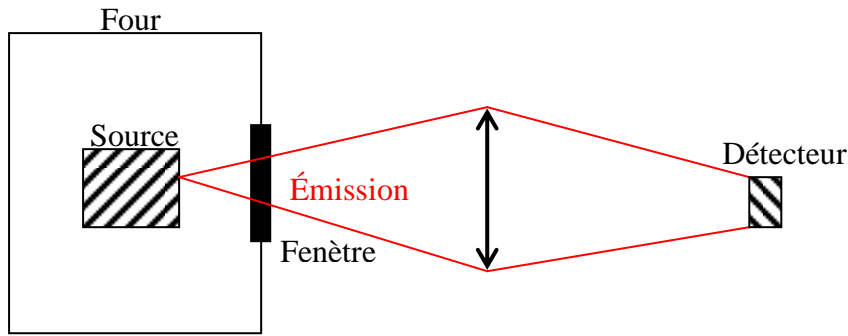
#### Remarques :

- Pas besoin de connaître  $\varepsilon_{\lambda_1}$  et  $\varepsilon_{\lambda_2}$
- Si  $\varepsilon_{\lambda_1} \approx \varepsilon_{\lambda_2}$ , car  $\lambda_1 \approx \lambda_2 \rightarrow k \approx 1$  d'où  $T_c \approx T$

b) Appareils de mesures :

Dispositif optique (lentille et/ou miroir) formant une image de la source sur un détecteur.

**Exemple :**



**Attention :** L'appareil assimile toujours, à priori, la source à un corps noir.

- Pyromètre à **radiation totale** (mesure de  $T_r$ ) :  $T = \frac{T_r}{\epsilon(\frac{1}{4})}$
- Pyromètre **monochromatique** (mesure de  $T_\lambda$ ) :  $T = \frac{1}{\frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{c_2} \times \ln(\frac{1}{\epsilon_\lambda})}$
- Pyromètre **bichromatique** (mesure de  $T_c$ ) :  $T = f(\lambda_1; \lambda_2; k)$
- Pyromètre à **disparition de filament** :

On **compare** la luminance  $L_\lambda(T)$  de la source à celle d'une lampe (source) étalon servant de réf :  $L_\lambda(T_0)$

- Mesure visuelle : disparition du filament de la source par **réglage manuel** de  $L(T_0)$
- Système automatique : à l'aide d'un **détecteur** qui mesure à la fois  $L(T_0)$  et  $L(T)$  et il y a un **ajustement** de  $L_\lambda(T_0)$  pour que :  $L_\lambda(T_0) = L_\lambda(T)$

Et dès que  $L_\lambda(T)$  est trouvée, on en déduit la **température**.

**Remarque :** Ces pyromètres sont directement gradués en **température**.