DYNAMIQUE DES FLUIDES

I) Définition :

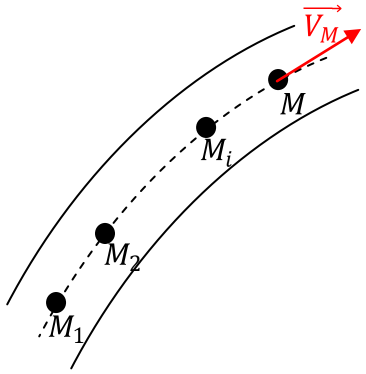
C'est l'étude du mouvement de masses fluides compte tenu des causes de ce mouvement : gravité, frottements, actions des parois :

Rappels :

- Fluides **réels** : fluides **visqueux**
- Fluides **parfaits** : leur **viscosité est nul** !
- Fluides **incompressibles** : $\rho = cste.$

II) Ecoulement d'un fluide – Caractéristiques :

1) Trajectoire – vitesse :



Les points M_i sont les positions successives occupées par une particule à l'instant i.

- **Trajectoire :** C'est l'ensemble des positions successives occupées par le point M au cours du temps t.

- **Vecteur vitesse :** Il est tangent à la trajectoire à chaque instant t.

2) Notion de courant :

- **Ligne de courant :** elle indique la direction de l'écoulement. Elles sont tangentes aux vecteurs vitesses des particules du fluide.
- **Tube de courant :** Ensemble formé d'un faisceau de lignes de courant.

(Voir 9)

Remarque :

Pour un écoulement quelconque, trajectoire et ligne de courant sont différent.

↳ L'écoulement peut-être **discontinu** :
Si une particule est au repos, difficile de trouver une ligne tangente au vecteur vitesse.

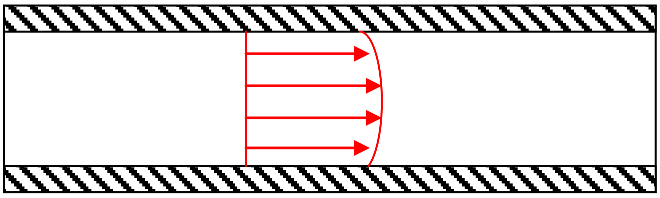
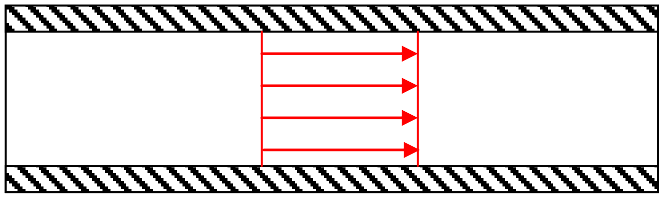
3) Ecoulement permanent (stationnaire) :

Le **champ des vecteurs vitesses est identique** à chaque instant :

- Ecoulement identique à chaque instant.
- Trajectoire et ligne de courant sont confondues.

4) Ecoulement dans une conduite :

Deux cas se présentent :

Fluide réel : fluide visqueux	**Fluide parfait : non-visqueux**
 La loi de répartition est variable.	 Le champ des vitesses est **uniforme**.

III) Equation générales de la mécanique des fluides :

1) Continuité de l'écoulement :

Soit un fluide **parfait** en **écoulement permanent** dans un tube de courant.
L'écoulement est conservatif : **énergie constante**

(Voir 9 + arrangements)

A l'instant dt :

$$\left.\begin{array}{l} - \quad dm_1 \rightarrow s_1 \\ - \quad dm_2 \rightarrow s_2 \end{array}\right\} \text{Ecoulement continu : } dm = dm_1 = dm_2$$

Or $dm = \rho.dV = \rho.S.dx$

Donc $\rho_1.s_1.dx_1 = \rho_2.s_2.dx_2 = cste$

a) Débit massique : q_m

Définition : $q_m = \lim_{dt \to 0} \frac{dm}{dt}$ $(Kg.s^{-1})$

Ecoulement stationnaire : $\frac{dm}{dt} = \frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$

On a $q_m = \frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$ et $dm = \rho.dV = \rho.S.dx$ et $v = \frac{dx}{dt}$

Donc : $q_m = \rho_1.s_1.v_1 = \rho_2.s_2.v_2$ ⇒ Valable pour le **fluide compressible**.

Conclusion : **Le débit massique est une constante dans l'écoulement.**

b) Débit volumique : q_V

Définition : $q_V = \lim_{dt \to 0} \frac{dV}{dt}$ $(m^3.s^{-1})$

Si le fluide est **incompressible** : $\rho_1 = \rho_2 = \rho = cste$

⇒ On a : $dV = \frac{dm}{\rho}$ or : $dm_1 = dm_2 \rightarrow dV_1 = dV_2$

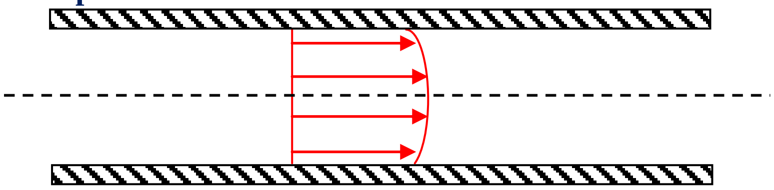
Donc: $q_V = \frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_2}{dt} = cste$, pour le fluide incompressible.

Puis : $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_2}{dt} \rightarrow \frac{s_1.dx_1}{dt} = \frac{s_2.dx_2}{dt}$
Donc : $q_V = s_1.v_1 = s_2.v_2$ et $q_m = \rho.q_V$

c) Vitesse moyenne :

Dans la pratique, les fluides sont réels et ils s'écoulent avec apparition de frottement.

Répartition des vitesses :



Nous utiliserons la notion de vitesse moyenne : $v_{moy} = \frac{q_V}{S}$

La relations établies précédemment sont valables avec v_{moy} .

2) Théorème de Bernoulli :

Hypothèses :
- Fluide **parfait** en écoulement **permanent** (= tube de courant).
- Fluide soumis au **champ de pesanteur**.
- Fluide **incompressible**.

(Voir 10)

L'écoulement est **conservatif** :
A l'instant dt :
- $dm_1 \rightarrow s_1$
- $dm_2 \rightarrow s_2$

Ecoulement continu :
$dm = dm_1 = dm_2$

↳ Conservation de l'énergie entre les points G_1 et G_2 :

- Energie potentielle : $dE_p = g.dm_2.z_2 - g.dm_1.z_1$
$\Leftrightarrow dE_p = g.dm.(z_2 - z_1)$

- Energie cinétique : $dE_c = \frac{dm_2}{2} \times v_2^2 - \frac{dm_1}{2} \times v_1^2$
$\Leftrightarrow dE_c = \frac{dm}{2} \times (v_2^2 - v_1^2)$

- Travail des forces pressantes : $dW_{press} = F_2.dx_2 - F_1.dx_1$

Or : $F_1 = P_1.S_1$ et $F_2 = P_2.S_2$
$\Rightarrow dW_{press} = P_2.S_2.dx_2 - P_1.S_1.dx_1$
D'où : $dW_{press} = V_2.P_2 - V_1.P_1$ et $dV = \frac{dm}{\rho}$
Finalement : $dW_{press} = \frac{dm}{\rho} \times (P_2 - P_1)$

- Conservation : $dE_p + dE_c + dW_{press} = 0$

$\Rightarrow g.dm.(z_2 - z_1) + \frac{dm}{2} \times (v_2^2 - v_1^2) + \frac{dm}{\rho} \times (P_2 - P_1) = 0$

Cette expression peut-être simplifiée de 3 façons différente :

(1) $\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g.z = csmete$	(2) $P + \rho.\frac{v^2}{2} + \rho.g.z = cste$	(3) $\frac{P}{\rho.g} + \frac{v^2}{2.g} + z = cste$
$\frac{\sum Energie}{masse} = cste$	$\frac{\sum Energie}{volume} = cste$	$\sum hauteurs = cste$

Remarque : Dans la relation (2) on obtient :

$P = \frac{\sum Energie}{volume} \Rightarrow P = \frac{\sum Puissance}{débit} \Rightarrow Puissance = P \times débit$ avec : P (Pa)

- Définition des thermes : $\frac{P}{\rho.g} + \frac{v^2}{2.g} + z = cste$

⇨ $\frac{P}{\rho.g}$: hauteur piézométrique ou charge de pression.
: hauteur de fluide de masse volumique (ρ) dont la pression est : P

⇨ $\frac{v^2}{2.g}$: Charge cinétique ou dynamique. Hauteur de laquelle doit tomber en chute libre le fluide pour acquérir la vitesse v

⇨ Z : Charge de pesanteur ou hauteur géométrique.

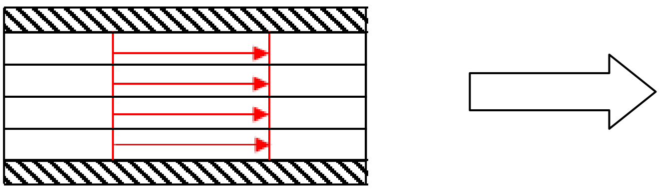
La somme de ces 3 termes s'appelle la **Charge Totale**.

(Voir 11)

3) Ecoulement dans une conduite :

a) Fluide parfait :

La **répartition des vitesses** est **uniforme** dans une **section droite** et de plus, on peut considérer que dans le cas d'une conduite « quasi-rectiligne », on a une **multitude de tubes de courant**.

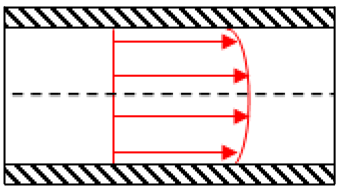


$$\frac{P}{\rho.g} + \frac{v^2}{2.g} + z = cste$$

⇨ Toujours valable !!

b) Fluide réel :

Le fluide est **visqueux** : les **vitesses** sont **différentes** dans une même section droite. Les **frottements perturbent l'écoulement** et **consomment de l'énergie**.



Nous adopterons la vitesse moyenne débitante.
Bernoulli s'écrit alors :

$$\frac{P}{\rho.g} + \alpha_i \times \frac{{v_i}^2}{2.g} + z = cste$$

v_i : vitesse moyenne débitante dans la section droite.

α_i : coefficient d'énergie cinétique

↳ α_i dépend du type **d'écoulement** :

- Turbulent : $\alpha = 1$ (95% des cas)
- Laminaire : $\alpha = 2$

c) Fluide réel s'écoulant dans une conduite avec des machines :

Outre l'énergie **absorbée** par les **frottements**, des **machines** peuvent également **capter** ou **fournir** de l'énergie au fluide :

$$\frac{P_1}{\rho.g} + \alpha_1 \times \frac{{v_1}^2}{2.g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + \alpha_2 \times \frac{{v_2}^2}{2.g} + z_2 + \Delta H_T - \Delta H_P + \Delta H_{C12}$$

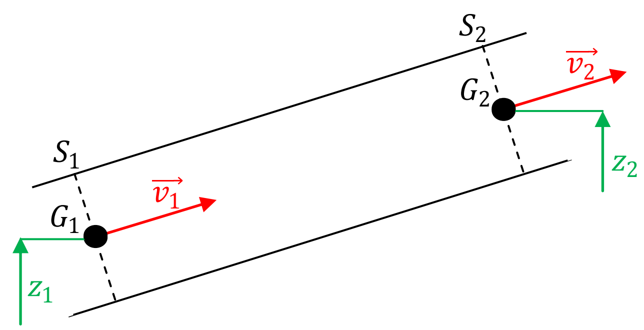
Perte de charges (frottement)

Turbine :
Machine **réceptrice**

Pompe :
Machine **émettrice**

4) Application du théorème de Bernoulli :

a) Fluide réel en régime permanent :



- $S_1 = S_2$
- v_1 et v_2 sont des vitesses moyennes débitantes
- Fluide incompressible :

$Q_{V1} = Q_{V2}$ or $S_1 = S_2$ donc $v_1 = v_2$

D'après Bernoulli :

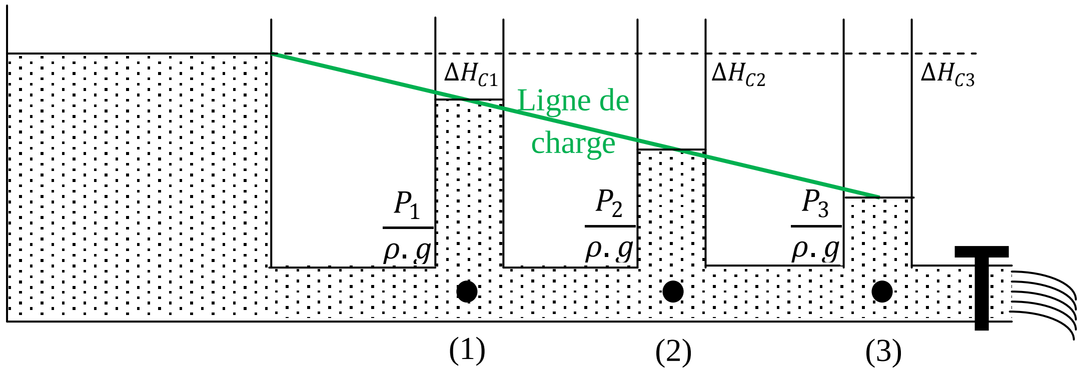
$$\frac{P_1}{\rho.g} + \frac{{v_1}^2}{2.g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + \frac{{v_2}^2}{2.g} + z_2 + \Delta H_{C12}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta H_{C12} = \frac{P_1 - P_2}{\rho.g} + z_1 - z_2$$

Cette expression rappelle celle fournie par la différence de hauteur lue sur 2 tubes piézométriques placés au dessus de G_1 et de G_2.

Si **section identique** : $\Delta H_{C12} = \Delta h$

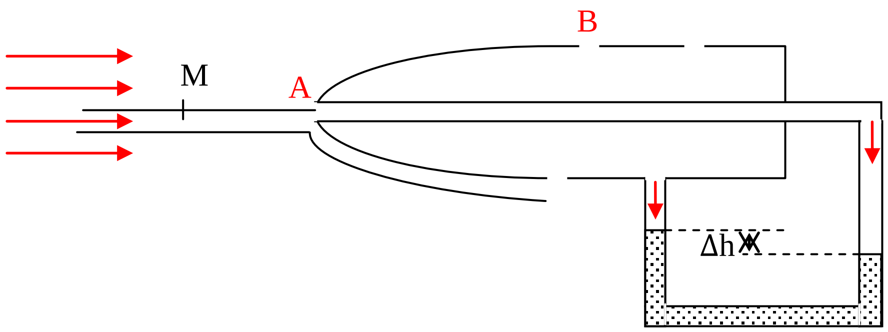
- Mise en évidence par l'expérience de poiseuille :



Il apparait que la perte de charge est **proportionnelle** à la longueur de la conduite.

b) Point d'arrêt – Tube de Pitot :

But : mesure d'une vitesse dans un écoulement.



Les dimensions du tube sont faibles de manière à ne pas perturber l'écoulement.

Les 2 prises de pression A et B se différencient par leur orientation par rapport aux lignes de courant.

En A : prise de **pression totale**. Une ligne de courant va stagner. Toute l'énergie cinétique se transforme. On l'appelle également **pression de stagnation**.

En B : prise de **pression statique**. Le courant n'est pas perturbé. Cette pression est la même que celle que l'on aurait relevée en M. On l'appelle aussi **pression motrice**.

c) Système déprimogène - tube de venturi :

But : déterminer le débit dans une installation :

(Voir Figure Tp 0 + arrangements)

Si β est le coefficient d'ouverture du venturi tel que : $\beta = \frac{d_C}{d_E}$

On écrira : $Q_{théo} = S_C \times \sqrt{2.g} \times \sqrt{\frac{1}{1-\beta^4}} \times \sqrt{\Delta h}$

Attention : en TP, nous verrons que pour le fluide réel, il faut utiliser un terme correctif (= coefficient de décharge : C).

IV) Pertes de charge dans les conduites :

- Les pertes de charge traduisent une **perte d'énergie dans le sens de l'écoulement**.

- Elles sont dues :
  - ➔ Aux **frottements** visqueux.
  - ➔ Aux variations de **quantité de mouvement**.

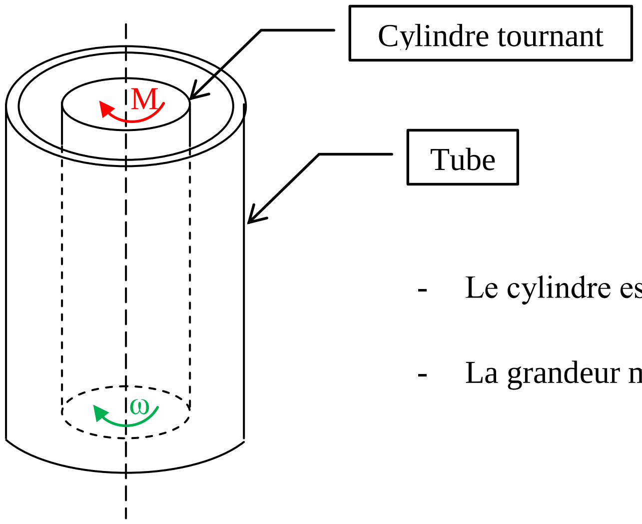
- Deux types de pertes de charge :
  - ➔ Pertes de charge **régulières** ou linéaires.
  - ➔ Pertes de charges **singulières** (= accident de forme).

- Elles dépendent de :
  - ➔ La viscosité du fluide.
  - ➔ La nature de l'écoulement.
  - ➔ La géométrie de la conduite.

1) La viscosité :

Définition : C'est la grandeur qui caractérise la résistance à l'écoulement d'un fluide.

a) Mise en évidence – Expérience de couette :



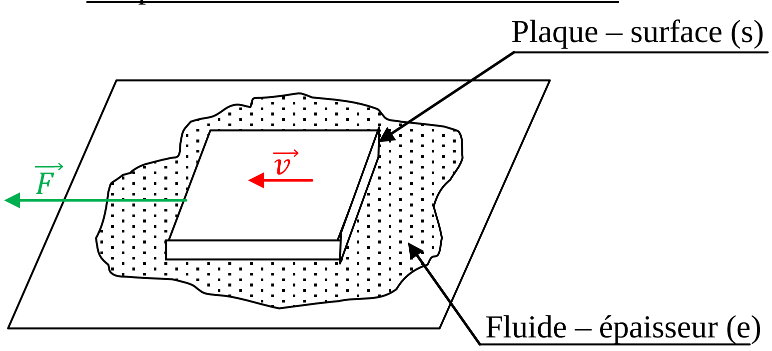
- Le cylindre est animé d'un mouvement de rotation : Vitesse ω .

- La grandeur mesurée est le couple résistant M.

➔ Analyse physique :

- Forces **électrostatiques** de **cohésion** : Force de Van der Valls.
- Echange de **quantité de mouvement** entre les **différentes couches** de fluides.

➔ Simplification et recherche d'un modèle :



- Si on augmente la force (F), v augmente proportionnellement.

- Si on augmente la surface de la plaque (s), la force F augmente proportionnellement.

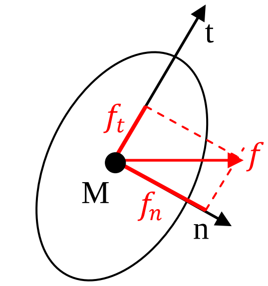
- Si on diminue l'épaisseur (e) de la couche fluide, la force (F) augmente.

D'où : $F = k.\frac{s.v}{e}$

avec k : coefficient de proportionnalité.

b) Contrainte de cisaillement :

Soit un élément de surface d'un fluide visqueux (= fluide réel) :



L'élément de surface ds est soumis à la **tension** f due à la **pression** et à la **viscosité**.

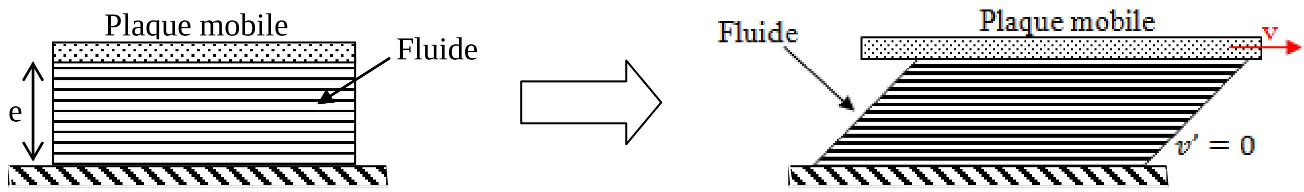
La composante tangentielle ramenée à l'unité de surface est appelée **contrainte tangentielle de cisaillement** visqueux τ :

$$\tau = \frac{f_t}{ds} \text{ (en Pa)}$$

Cette grandeur est **homogène à une pression**.

c) Définition :

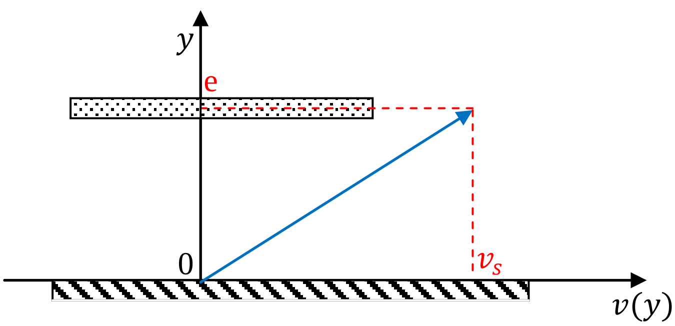
Pour définir une grandeur capable de quantifier la notion de viscosité, on recherche une relation mathématique entre la force de traction et la vitesse. Soit une couche de fluide placée entre 2 plaques :



Remarques :

1- Lorsque la **vitesse n'est pas trop grande**, les couches de fluides ne se mélangent pas. C'est un écoulement laminaire.

2- Si la **vitesse est constante**, le mouvement est rectiligne uniforme. Dans ce cas, F est la force de frottement.



$v(e) = v_s$ et $v(0) = 0$: la vitesse est proportionnelle à y : $v = a.y$

Et : $a = \frac{dv}{dy} = \frac{v(e) - v(0)}{e - 0} \Leftrightarrow a = \frac{v}{e}$

Cette grandeur est le **gradient de vitesse (D)**.

Nous avons vu précédemment que : $F = k.S.\frac{v}{e}$

$\Leftrightarrow F = k.S.\frac{dv}{dy}$

Si on ramène à l'unité de surface :

$\tau = k.\frac{dv}{dy} = k.D$ $\longrightarrow$ Loi de Newton

Nous noterons : $k = \mu \longrightarrow$ coefficient de **viscosité dynamique.**

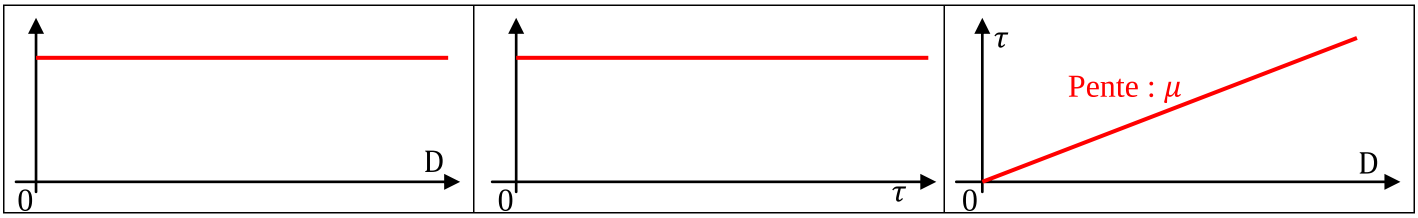
Et : $\nu = \frac{\mu}{\rho} \longrightarrow$ coefficient de **viscosité cinématique.**

Si c'est un fluide satisfaisant la **loi de Newton** : $\mu = \frac{\tau}{D}$ (Pa.s)

Attention : μ est indépendant de τ et D.

Rhéogrammes d'un fluide Newtonien :

μ μ



d) Unités :

- Coefficient de **viscosité dynamique** : $\mu = \frac{\tau}{D}$ avec μ en : $Pa.s$ | $Kg.m^{-1}.s^{-1}$ | poiseuille[Pl]

Exemple : $\mu_{eau} = 10^{-3} Pa.s$ à 20°C et 1013 hPa.

- Coefficient de viscosité cinématique : $\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$ avec υ en stockes$[st] = 10^{-4} m^2.s^{-1} = cm^2.s^{-1}$

Exemple : $\upsilon_{eau} = 1cst$ à 20°C et 1013 hPa.

e) Facteurs influents :

Le paramètre le plus important est la température :

Liquide : Si la température augmente :	**Gaz :** Si la température augmente :
- Distance intermoléculaire augmente. - Force intermoléculaires diminue. - μ diminue.	- Vitesse des particules augmente. - Taux de collision augmente. - μ augmente.

Modèle de calcul de la viscosité :

Liquide : Relation d'Andrade :	**Gaz :** Relation de Sutherland :
Où C_1 et C_2 sont des constantes caractéristiques du fluide, telles que : $\mu = C_1.e^{\left(\frac{C_2}{T}\right)}$	Où A et B dépendent de la nature du gaz, telles que : $\mu = A.\frac{\sqrt{T}}{1+\frac{B}{T}}$

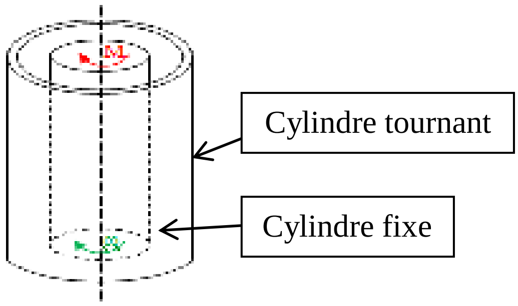
f) Mesures :

- Viscosimètre à cylindre tournant :

⇨ **Principe :** contrôle de la vitesse, mesure du couple M → μ

⇨ **Incertitude relative :** $\frac{\Delta\mu}{\mu} \approx$ 3-4%

⇨ **Prix :** 50 000 à 120 000 €



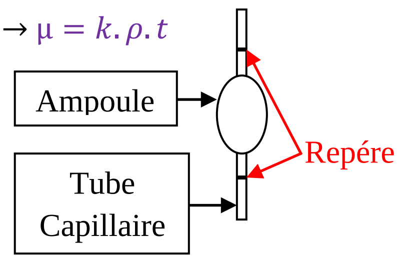
- Viscosimètre à écoulement laminaire :

⇨ **Principe :** Mesure du temps de vidange du fluide contenu dans l'ampoule → $\mu = k.\rho.t$

⇨ **Incertitude relative :** $\frac{\Delta\mu}{\mu} <$ 0,5%

⇨ **Prix :** 200 €

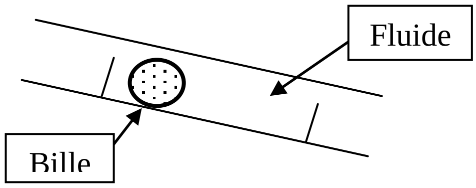
Attention : utilisable qu'avec les fluides Newtonien, car écoulement laminaire.



- Viscosimètre à chute de bille :

⇨ **Principe :** Mesure du temps de chute d'une bille dans un fluide → $\mu = k.(\rho_{bille} - \rho_{fluide}).t$

Attention : utilisable qu'avec les fluides Newtonien.



g) Notion de rhéologie :

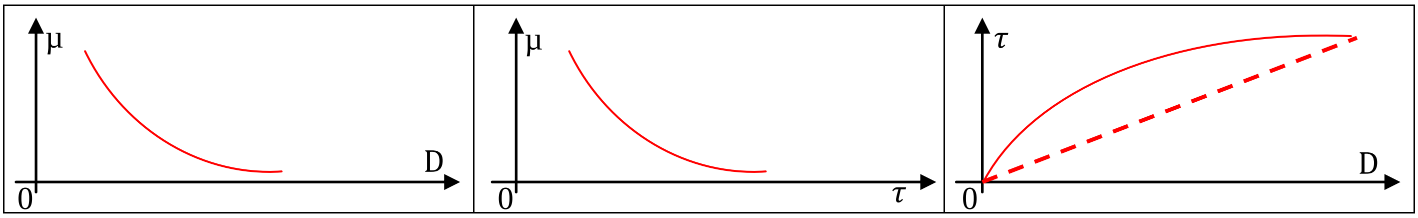
Les paramètres à contrôler sont la **température**, le **gradient de vitesse** et le **temps de cisaillement**.

- Fluide Newtonien : $\mu = cste$ ∀ D et τ

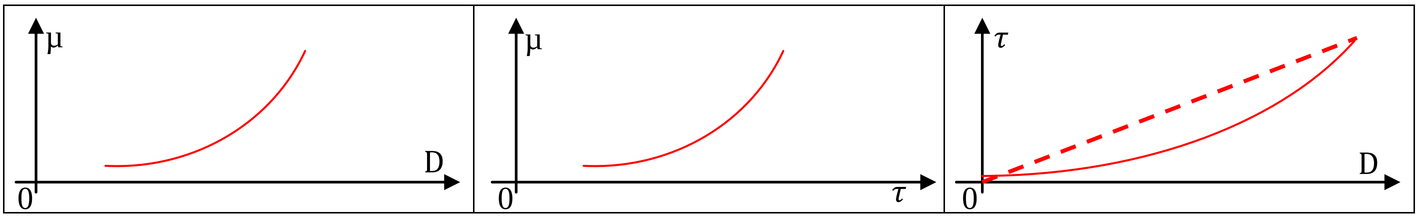
↳ Substance pure et de faible masse molaire.

- $\mu \neq cste$: quelque soit la durée de cisaillement.

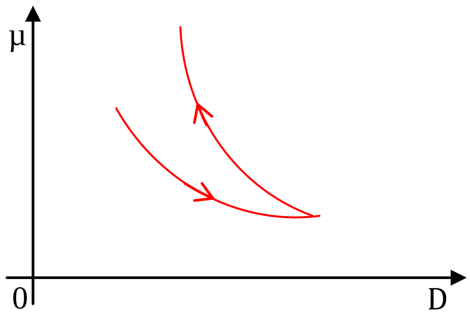
↳ Fluide pseudo-plastiques ou **rhéo-fluidifiant** :



↳ Fluide dilatant ou **rhéo-épaississant** :



↳ Fluide Thixotrope :



La viscosité est **influencée** par la **durée de cisaillement**. Ces fluides sont soit **pseudo-plastiques**, soit **dilatants**.

2) Les régimes d'écoulement – Nombre de Reynolds :

a) Expérience de Reynolds (1883) :

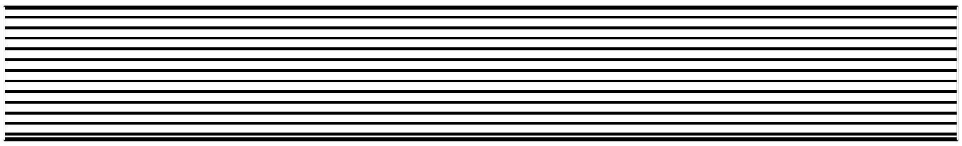
(Voir 12)

But : Caractériser les différents types d'écoulement à travers :
- Une variation de la vitesse (v).
- Une variation du diamètre (D).
- Un changement de fluide (ρ et μ).

↳ Dans la zone d'observation, apparaissent 2 régimes d'écoulement :

➔ Ecoulement Laminaire :

Les couches de fluides circulent sans que la substance se mélange à l'eau :



➔ Ecoulement turbulent :

Les couches de fluide tourbillonnent jusqu'au mélange de la substance dans l'eau :

$\Longrightarrow$ Reynolds montra que le régime d'écoulement dépend uniquement de la grandeur :

$$R_e = \frac{\rho.D.v}{\mu} = \frac{4.Q.\rho}{\pi.D.\mu} \text{ : Nombre de Reynolds}$$

→ Régime **laminaire** : $R_e \leq 2000$
→ Régime **transitoire** : $2000 < R_e < 3000$
→ Régime **turbulent** : $R_e \geq 3000$

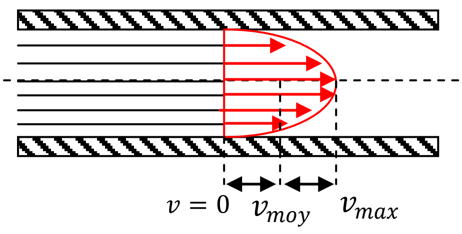
En pratique la frontière sera fixée à 2000

Remarque : Pour les canalisations non-circulaires, on utilisera un diamètre hydraulique tel que :

$$D_h = \frac{4.S}{L} \quad \text{où L : périmètre de la canalisation.}$$

b) Profil des vitesses :

- Régime **laminaire** :

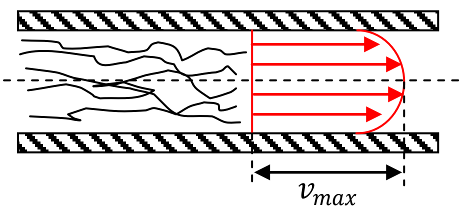


➔ La distribution des vitesses est parabolique : $v_{moy} = 0{,}5.v_{max}$

➔ Les **couches de fluides glissent** les unes par rapport aux autres sans se mélanger.

➔ Les **forces de frottement visqueux sont prépondérantes** : il n'y a pas de variation de quantité de mouvement.

- Régime **turbulent** :



➔ La distribution des vitesses est une « **parabole aplatie** » :
$0{,}75.v_{max} \leq v_{moy} \leq 0{,}85.v_{max}$

➔ Les particules circulent dans **toutes les directions** (= aléatoire).

➔ La **variation de quantité de mouvement est prépondérante**.

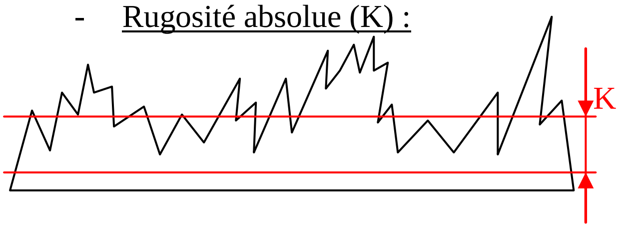
➔ Au **voisinage de la paroi**, l'écoulement est laminaire : couche limite.

➔ Le régime turbulent est le **plus fréquemment rencontré** : il est **permanent en moyenne**

c) Les conduites :

Les parois d'une conduite sont rugueuses et cette rugosité va créer des turbulences :

- Rugosité absolue (K) :



K : hauteur moyenne des aspérités.

- Rugosité relative (ε) :

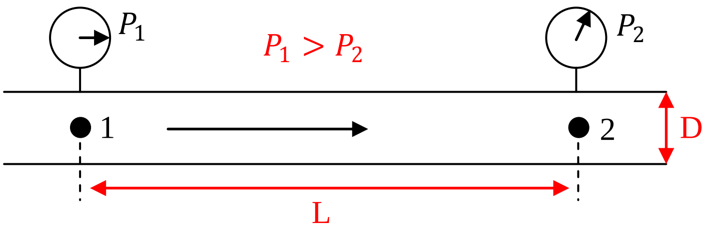
$$\varepsilon = \frac{K}{D}$$

Elle caractérise l'influence de la rugosité en tenant compte du diamètre de la canalisation.

- Ordre de grandeur :
  ➔ **PVC** : $K = 0{,}007\ mm$
  ➔ **Ciment** : $1 < K < 3\ mm$

3) Les pertes de charges :

a) Les pertes de charges linéaires :



Equation de Darcy-Weisbach :

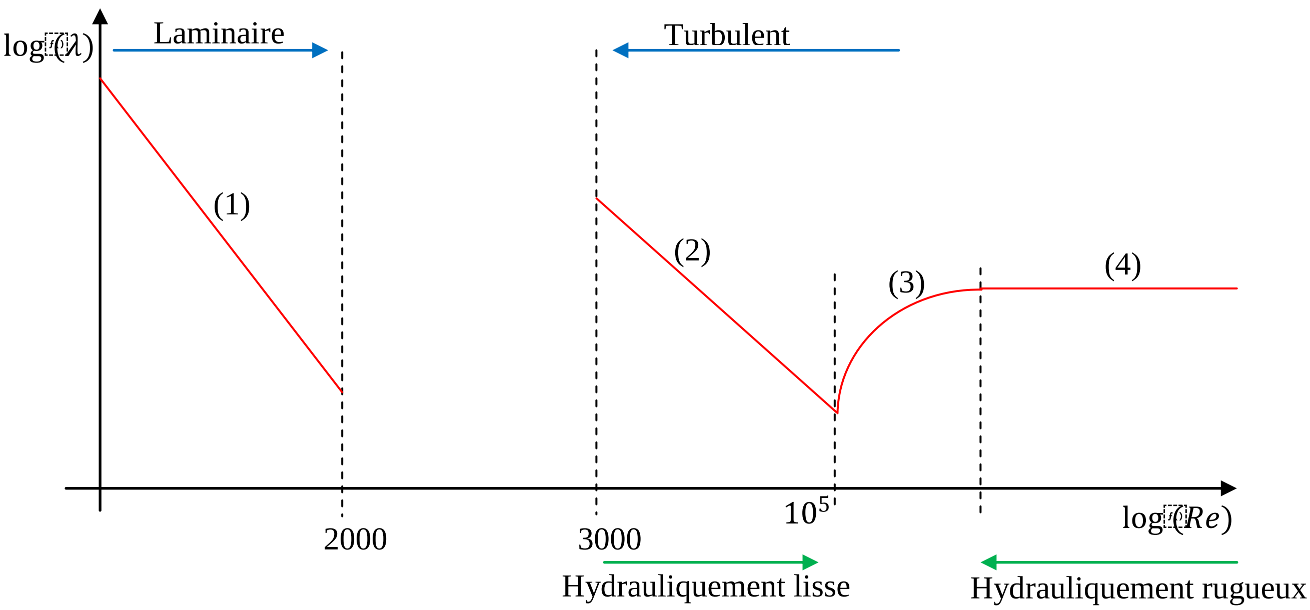
$$\Delta H_c = \lambda.\frac{L}{D}.\frac{v^2}{2g} \ \text{(mCE)}$$

Avec λ : coefficient de friction.

- Coefficient de friction (ou coefficient de perte de charge) **λ** :

La détermination de λ dépend du type d'écoulement, de la canalisation et du fluide.

- Expérience de Nikuradsé :
  ➔ Variation du tuyau, débit et fluide.
  ➔ Mise en évidence de plusieurs régimes d'écoulement :



(1) $Re < 2000 \longrightarrow \lambda = \frac{64}{Re}$

↳ Ecoulement **laminaire.**

(2) $3000 < Re < 10^5 \longrightarrow$ Relation de **Blasius** : $\lambda = 0{,}316.Re^{-0{,}25}$

↳ **Hydrauliquement lisse** : K n'intervient pas.

(3) $Re > 10^5 \longrightarrow$ Relation de **Karman** : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.\log(Re.\sqrt{\lambda}) - 0{,}8$

↳ **Calcul récursif** car le résultat dépend de lui-même.

(4) $Re > 10^5 \longrightarrow$ Relation de **Prandtl** : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}74 - 2.\log\left(\frac{K}{D}\right)$

↳ **Hydrauliquement rugueux** : K est prédominant $\Rightarrow$ Droite $\forall\ Re$.

Modèle de Cole Brook : Etabli pour les écoulements **Turbulents** (c.f : Abaque de Moody-Mourine) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.\log\left(\frac{K}{3{,}71.D} + \frac{2{,}51}{Re.\sqrt{\lambda}}\right)$$

En pratique :

- Ecoulement **Laminaire** : $\lambda = \frac{64}{Re}$
- Ecoulement **Turbulent** : utilisation de l'Abaque.

b) Pertes de charge singulières :

Elles sont dues aux variations de quantité de mouvement et dans une moindre mesure aux frottements visqueux. Elles apparaitront lors d'un changement de section ou d'un changement de direction.

- Théorie : $\Delta H_c = \zeta.\frac{v^2}{2g}$ (mCE) avec ζ : coefficient de perte de charge singulière.

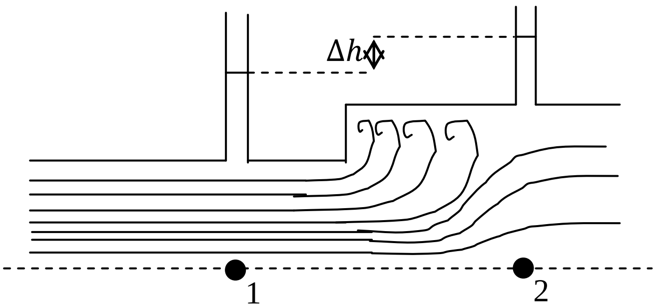
A.N : ζ est déterminé expérimentalement pour chaque accident de forme (donnée constructeur).

Remarque :

➔ ζ dépend de la géométrie mais aussi de Re et K.

➔ Pour la mesure, il faut placer les prises de pression loin de la singularité (≈20 fois le diamètre).

- Pratique : exemple de l'élargissement brusque :



Lecture sur le manomètre :

$\Delta h = \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + z_1 - z_2$

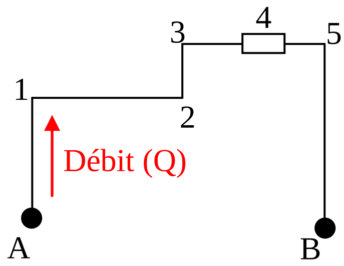
Remarque : lors de la mesure $\Delta h < 0$

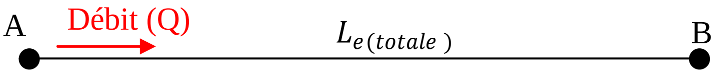
Bernoulli généralisé entre 1 et 2 : $\frac{P_1}{\rho.g} + \frac{{v_1}^2}{2.g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + \frac{{v_2}^2}{2.g} + z_2 + \Delta H_{C12}$

$\Longrightarrow \Delta H_{C12} = \Delta h + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$ $\quad\forall\ z_1$ et z_2

4) Pertes de charge dans un réseau :

a) Longueur équivalente :





On substitue le circuit par un tube rectiligne de longueur L_e parcouru par le même débit et produisant la même perte de charge.

$L_{e(totale)} = L_{AB} + L_{e1} + L_{e2} + L_{e3} + L_{e4} + L_{e5}$

Et : $\Delta H_{ci} = \lambda.\frac{L_{ei}}{d}.\frac{v^2}{2g} = \zeta_i.\frac{v^2}{2g}$

La perte de charge s'écrit : $\Delta H_c = \lambda.\frac{L_{e(totale)}}{d}.\frac{v^2}{2g}$